

CHAPITRE VII : Calcul littéral

1. Conventions d'écriture

Afin d'alléger les écritures, on convient des règles suivantes :

- ◆ Le signe de la multiplication (\times) disparaît ou est remplacé par un point :
 - entre deux lettres : $a \times b$ s'écrit ab
 - entre un nombre et une lettre : $3 \times a$ ou $a \times 3$ s'écrit $3a$
 - entre des nombres, des lettres et des parenthèses : $4 \times a \times (2x + 1)$ s'écrit $4a(2x+1)$
- ◆ On conserve les parenthèses et le signe \times dans certains cas :
 $5 \times (-8)$: des parenthèses pour séparer \times et - 4×35 : sans le signe \times on lirait 435

Ex 1 : Utilise cette convention pour $2 \times a = \dots\dots$ $3 \times a \times a = \dots\dots$ $4 \times (a - 2) = \dots\dots\dots\dots\dots$

- ◆ Les facteurs s'écrivent dans l'ordre suivant :
 - 1) Les nombres
 - 2) Les lettres et dans l'ordre alphabétique
 - 3) Les parenthèses $a \times 2 \times b$ s'écrit $2ab$ $a \times (x + 2) \times (-5) \times b$ s'écrit $-5ab(x + 2)$

Ex 2 : Utilise cette convention pour $4 \times (-5) \times (-3a)$; $3 \times 2 \times (-a) \times 4d$; $3a \times (-6) \times b \times 4c$

2. Simplification d'écriture

Une somme algébrique est une suite d'additions de termes littéraux ou numériques relatifs.

Par exemple, l'expression : $E = 5 + a - 4b - 2 + 3a - b - 7 + 5a + 10a$

Simplifier ou réduire l'expression E c'est, compter ensemble les termes de même nature :

$$\begin{aligned} + a + 3a + 5a + 10a &= 19a \\ - 4b - b &= - 5b \\ 5 - 2 - 7 &= - 4 \end{aligned} \qquad \text{Ainsi} \quad E = 19a - 5b - 4$$

Ex 3 : Réduis les expressions suivantes : $2a + 3a$; $-8b - 2,5 + 3b + 3,5$; $7 - 4a + 2a \times 3b - 5 - 7b \times 2a$
 $- 7 \times 4b \times c \times 3a$; $8c \times 7a - 7a - 4 + 7 \times (-3a) \times c + 5a$; $a \times a - a$; $3x^2 - 5x + 6 - x^2 + 6x + 12$

3. Traduire les phrases suivantes par des expressions algébriques

Si a et b désignent deux nombres :

- | | |
|-------------------------------|---|
| La somme de a et de b : | Le produit de a et de b : |
| La somme de x et de 3 : | Le produit de x et de 3 : |
| Le double de a : | Le quotient de a par b : |
| La moitié de a : | Le produit de 3x et de 2x : |
| L'inverse de a : | Le produit de 6 par la somme de x et de 3 : |
| L'opposé de a : | La somme de 6 par le produit de x et de 3 : |

4. Calculer des expressions pour les valeurs données

Calculer une expression, c'est remplacer la lettre par un nombre donné.

Exemple : calcule $3a + 1$ pour $a = 2$ $3a + 1 = 3 \times a + 1 = 3 \times 2 + 1 = 6 + 1 = 7$

Ex 4 : calcule les expressions pour $x = 1$ puis pour $x = - 3$

$$4x - 4 \quad 5x - 5(x - 7) \quad 2x^2 - 3x + 1 \quad -32x^2 + x + 18$$

5. Développement

Développer un produit, c'est l'écrire sous forme de somme algébrique

Règle de la distributivité : $a(b + c) = ab + ac$

Exemple : $-3(x+2) = -3 \times x + (-3) \times 2 = -3x - 6$ $2(y - 9) = 2 \times y - 2 \times 9 = 2y - 18$

Ex 5 : Développez : $3(a + 4)$ $(2 - y) \times 6$ $a(2a - 3)$ $(x - 4) \times (-3x)$

Lorsque le signe + placé devant une parenthèse, on laisse le contenu de la parenthèse

Lorsque le signe - placé devant une parenthèse, on remplace le contenu de la parenthèse par les opposés.

Exemple : $A = 3 - a + (5 - b) + 2 - (3 - c) = 3 - a + 5 - b + 2 - 3 + c = 7 - a - b + c$

Ex 6 : Supprime les parenthèses $3 + (a + 7)$ $1 - (2x - 3)$ $(a + 2) - (7 - 2a)$

Ex 7 : Développe et réduis $2 + 3(x + 5)$ $4x - (4 + 3x)$ $2y + 5 - 2y(1 - 3y)$ $3(2x - 7) - 5(x + 1)$

Développer un produit, c'est l'écrire sous forme de somme algébrique:

Règle de la double distributivité : $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

Exemple : $A = (5a + 3)(3a + 2) = 5a \times 3a + 5a \times 2 + 3 \times 3a + 3 \times 2 = 15a^2 + 10a + 9a + 6 = 15a^2 + 19a + 6$

Ex 8 : Développe et réduis $(x + 3)(x + 5)$ $(x + 7)(4x - 3)$ $(-2a - 5)(-5a + 3)$
 $(2a + 5)(a - 3) + (a + 1)(2a - 5)$ $7x^2 - (2x + 1)(3 - 4x)$ $(x - 2) \times 3 - (3x + 1)(2x + 2)$

6. Factorisation

Factoriser un nombre ou une expression algébrique, c'est l'écrire sous la forme d'un produit de facteurs

On recherche un facteur commun en utilisant la règle de la distributivité : $ab + ac = a(b + c)$

Exemple : $5a - 15 = 5 \times a - 5 \times 3 = 5(a - 3)$

Ex 9 : Factorise $2x - 10$; $-3x + 12$ $4y - 4$; $6x + ax$; $4x^2 - 2x$
 $10x^2 - 15x + 5x$ $42x^5 y^3 - 30x^2$; $y^7 - 18x^4 y^4$; $36x^5 - 54x^3 + 90x^6$

Exemple : $(2x + 1)(5 - 2x) - (3 - 5x)(2x + 1) = (2x + 1) \times (5 - 2x) - (3 - 5x) \times (2x + 1)$
 $= (2x + 1) [(5 - 2x) - (3 - 5x)]$
 $= (2x + 1) [5 - 2x - 3 + 5x]$
 $= (2x + 1) (3x + 2)$

Ex 10 : Factorise $(3 - 2x)(5 - x) - (3 - 2x)(7 - 4x)$ $(2 - 3x)(6 + x) - 3(x - 1)(2 - 3x)$
 $(2x - 3)(7 + 5x) - (2x - 3)$ $(2x + 3)^2 + 5(2x + 3)$

Nom :

/ 20

Ex 1 : Réduis les expressions suivantes :

/ 2

$3c \times 2a \times (-a) \times 4d =$	
$10 + 3x - 5 - 4x =$	
$-15 + 7a + 3 - 5a =$	
$4y - 4 + x + 6 - 5y - 7x =$	

Ex 2 : Traduire les phrases suivantes par des expressions algébriques :

/ 2

La somme de x et de l'inverse de 3 :

Le produit de x et de 3 :

La somme de 6 et du double de x:

Le produit de 6 par la somme de x et de 3 :

Ex 3 : Développe et réduis quand c'est possible les expressions suivantes :

/ 7

$2x(a + 3) =$	
$(2 - y) \times 5 =$	
$-2 \times (3x - 2) =$	
$(x - 4)3x =$	
$10 + 3(x - 5) =$	
$4a - (4 + 3a) =$	
$4y - 3y(1 + 3y) =$	
$(2y + 1)(3 - 4y) =$	
$4(5y - 3) - (10y + 1)(2y - 4) =$	

Ex 4 : $A = 14x - 5x(4 - 2x)$

/ 3

1- Calcule A pour $x = 2$ et $x = -3$.

2- Développe et réduis l'expression A.

Ex 5 : Factorise les expressions suivantes :

/ 6

$3x - 15 =$	
$-2x + 8 =$	
$4x^2 - 2x =$	
$21y - 14z + 7b =$	
$3a - 3 =$	
$20x^2 - 15x + 5 =$	
$12y^3 - 8y^2 + 16y =$	